

Der Plasmakondensator

Von W. O. SCHUMANN

Aus dem Elektrophysikalischen Institut der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforsch. 13 a, 888—895 [1958]; eingegangen am 1. Juli 1958)

Es wird gezeigt, wie durch Messung der Querkapazität eines mit Plasma gefüllten Entladungsrohres Aufschluß über die maximale Plasmadichte in der Mitte, die minimale Plasmadichte an der Gefäßwand und über die Stoßdämpfung der Elektronen gewonnen werden kann, und wie sich die gemessenen Größen bei Einfluß eines Magnetfeldes in Richtung der Entladung ändern.

Das Verhalten einer Gasentladung, z. B. in einem zylindrischen Glasrohr, das zwischen den Platten eines Luftkondensators hindurchgeht, ist schon eingehend von TONKS¹ diskutiert worden, mit Hilfe von Resonanzversuchen dieses Luft-Plasma-Kondensators mit einer angeschlossenen LECHER-Leitung.

Mit Rücksicht auf neue Versuche von DATTNER², der den Durchgang elektrischer Wellen in einem 6 cm-Hohlleiter durch eine diesen Leiter quer durchsetzende zylindrische Gasentladung studierte, erscheint es lohnend, diese Frage noch einmal zu diskutieren, da sich aus den Versuchen DATTNERS eine Reihe interessanter Folgerungen über die Natur des Plasmas ziehen läßt. Er mißt die hinter dem Plasmarohr auftretende Leistung bei gegebener Frequenz und findet abhängig vom Strom im Entladungsrohr eine Kurve wie Abb. 1.

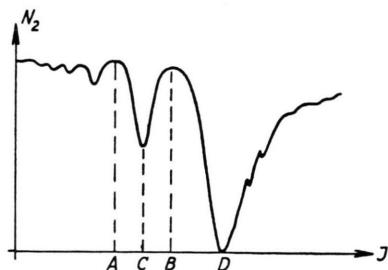


Abb. 1.

Es treten also, abgesehen von kleineren Oszillationen, bei A und B zwei ausgesprochene Maxima, bei C ein teilweises und D ein vollkommenes Minimum der hindurchgehenden Leistung auf. Eine Kurve ähnlichen Charakters findet auch TONKS.

Wie schon TONKS und DATTNER richtig vermuten, hängt das Auftreten dieser Extrema von der ungleichmäßigen Verteilung der Plasmadichte über

¹ L. TONKS, Phys. Rev. 37, 1458 [1931]; 38, 1219 [1931].

² A. DATTNER, The Plasma Resonator, Ericson Technics 1957, No. 2.

dem Querschnitt ab. Im folgenden sind die grundlegenden Beziehungen für den einfachen Fall der Hintereinanderschaltung eines ebenen Luftkondensators mit einem ebenen Plasmakondensator abgeleitet. Die Änderung für den Fall z. B. eines kreiszyklindrischen Plasmas zwischen zwei ebenen Metallplatten sind so gut wie möglich abgeschätzt worden. Die exakte Durchrechnung z. B. für den Fall eines zylindrischen Plasmas mit veränderlicher Dichte ist äußerst kompliziert und dürfte sich auch nicht lohnen. Es scheint aber, daß die qualitativen Aussagen für den ebenen Fall auch auf den Fall des kreiszyklindrischen Plasmas übertragen werden dürfen, während sich lediglich die quantitativen Werte ändern.

I. Der Plasmakondensator

Er hat die DK

$$\epsilon_P = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right), \quad \omega_0^2 = \frac{N e^2}{\epsilon_0 m},$$

d. h. für $\omega_0^2 < \omega^2$ verhält er sich wie eine Kapazität, die von $C = \epsilon_0 F/\delta$ bei $\omega_0 = 0$ bis auf $C = 0$, bei $\omega_0^2 = \omega^2$ geht. Für $\omega_0 > \omega$ wird die Kapazität negativ, er verhält sich wie eine Induktivität

$$L = \frac{1}{\omega^2 |C|},$$

die vom Werte ∞ bei $\omega_0 = \omega$ (ohne Berücksichtigung der Dämpfung) bis auf $L \rightarrow 0$ bei $\omega_0 \rightarrow \infty$ geht, Abb. 2 (analog wie bei einem Parallelschwingkreis). Wir nehmen diese einfache von ECCLES vorgeschlagene Formel für die DK auch für den Fall des begrenzten Plasmas als gültig an, weil sie sich, verglichen mit anderen vorgeschlagenen Formeln, immer noch als am besten übereinstimmend mit den beobachteten Erscheinungen herausgestellt hat (siehe z. B. TONKS¹, S. 1461).



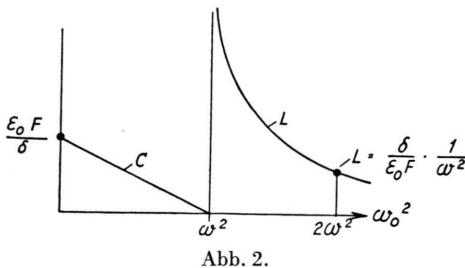


Abb. 2.

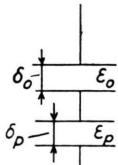


Abb. 3.

II. Plasma- und Luftkondensator in Reihe (Abb. 3)

Jetzt ist die Kapazität $C = \frac{\epsilon_0 F}{\delta_0 + \delta_P (\epsilon_0 / \epsilon_P)}$.

Charakteristische Werte sind

$$\epsilon_P = 0, \quad \omega_0^2 = \omega^2 : \quad C = 0$$

$$\text{und } \frac{\epsilon_P}{\epsilon_0} + \frac{\delta_P}{\delta_0} = 0, \quad \omega_0^2 = \omega^2 \left(1 + \frac{\delta_P}{\delta_0}\right) : \quad C \rightarrow \infty.$$

III. Kondensator in einer Leitung (Abb. 4)

Bei einem Scheinwiderstande Z in einer Leitung mit dem Wellenwiderstand W ist die hindurchtretende Welle u_2 , wenn am Ende nichts reflektiert wird,

$$u_2 = u_1 \frac{2Z}{W+2Z}$$

infolgedessen wird nach II bei $\omega_0^2 = \omega^2$, $u_2 = u_1$ und bei $\omega_0^2 = \omega^2 [1 + (\delta_P / \delta_0)]$, $u_2 = 0$ sein, Abb. 5.

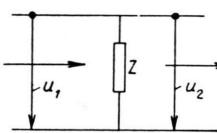
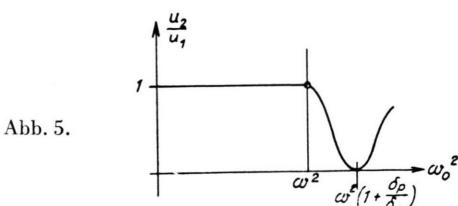


Abb. 4.



Es ergibt sich ein Maximum der durchtretenden Welle bei $\omega_0 = \omega$ und ein sehr kleiner Wert bei

$\omega_0 = \omega \sqrt{1 + (\delta_P / \delta_0)}$. Rechnet man nach den Prinzipien der Elektrostatisik das Feld eines kreiszylindrischen homogenen Plasmas zwischen zwei ebenen Metallplatten, so ergibt sich das Maximum nahe bei $\epsilon_P = -1$, $\omega_0^2 = 2 \omega^2$, beim kugelförmigen Plasma nahe bei $\epsilon_P = -2$, $\omega_0^2 = 3 \omega^2$, wie auch schon TONKS feststellt. Nahe darauf folgt das Minimum. Man findet also nur ein Maximum und ein Minimum. Zur Erklärung der Versuche DATTLERS ist es nötig die Änderung der Dichte über dem Plasmaquerschnitt zu berücksichtigen und ebenfalls die Dämpfung im Plasma, d. h.

$$\epsilon_P = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega - j\nu)} \right]$$

zu setzen (ν Stoßzahl der Elektronen), s. a. TONKS¹, SCHUMANN⁴.

IV. Plasma veränderlicher Dichte

Es sei ein quadratischer Abfall der Dichte nach außen angenommen als einfache Näherung einer SCHOTTKY-Verteilung⁵ (Abb. 6).

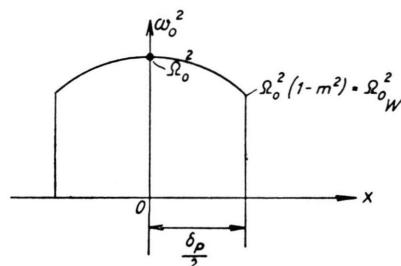


Abb. 6.

Setzt man

$$\omega_0^2 = \Omega_0^2 \left(1 - m^2 \frac{4}{\delta_P^2} x^2\right),$$

so daß in der Mitte $x = 0$, $\omega_0^2 = \Omega_0^2$ und am Rande $x = \frac{\delta_P}{2}$, $\omega_0^2 = \Omega_0^2(1 - m^2) = \Omega_0^2 W^2$ ist.

$m = 0$ bedeutet also homogenes Plasma, $m = 1$ bedeutet Abfall der Dichte bis auf den Wert Null an der Wand.

Die zu einer Stromdichte G gehörige Feldstärke E ist durch $G = j\omega \epsilon_P E$ gegeben und die gesamte Spannung ist

$$U = \int_{-\delta_P/2}^{\delta_P/2} \frac{G}{j\omega \epsilon_P} dx = \frac{-G}{2\epsilon_0} \cdot \frac{\delta_P}{m\Omega_0} \frac{j\omega + \nu}{b} \ln \frac{b - m\Omega_0}{b + m\Omega_0},$$

$$b^2 = \Omega_0^2 - \omega^2 + j\nu\omega.$$

Setzt man zunächst $\Omega_0 > \omega$ voraus, so gibt es bei gegebener Frequenz ω und geringer Dämpfung jetzt zwei Extremalwerte 1. $\Omega_0^2 = \omega^2$ und 2. $b = m \Omega_0$, $\Omega_0^2 = \omega^2/(1 - m^2)$, d. h. $\omega^2 = \Omega_0 w^2$. Bei veränderlichem Strom setzen wir Ω_0^2 proportional dem Strom, so daß Ω_0^2 als Veränderliche auftritt. Dies setzt allerdings voraus, daß die Verteilungsfunktion bei allen Strömen die gleiche ist, was nicht unbedingt immer der Fall zu sein braucht⁶. Für $m = 0$ (homogenes Plasma) fallen beide Ω_0 zusammen, für $m = 1$ (Abfall auf die Dichte Null) rückt Ω_0 im Falle 2 bei endlichem ω ins Unendliche.

Für Fall 1. $\Omega_{01}^2 = \omega^2$ wird bei kleiner Dämpfung $\nu \ll \omega$, $m \neq 0$,

$$U = \frac{G}{2 \varepsilon_0} \frac{\delta_P}{m} \frac{\pi \delta_P}{\nu j \nu \omega}.$$

U wird bei kleinem ν sehr groß und eilt dem Strom um 45° nach. Das Plasma wirkt kapazitiv wie ein sehr kleiner Kondensator mit einem großen Widerstand in Reihe.

Im Falle 2. $\Omega_{02}^2 = \omega^2/(1 - m^2)$ und bei sehr kleiner Dämpfung wird

$$U = \frac{G}{2 \varepsilon_0} \frac{\delta_P}{\omega^2} \frac{1 - m^2}{m^2} \left[\frac{\pi}{2} - j \ln \frac{\nu}{4 \omega} \frac{1 - m^2}{m^2} \right].$$

Für sehr kleine ν geht der \ln gegen $-\infty$ und die Spannung eilt praktisch gegen G um 90° vor, das Plasma wirkt wie eine sehr große Induktivität mit kleinem Widerstand in Reihe.

Diese beiden Singularitäten treten also bei endlichem Ω_0 , d. h. bei endlichem Strom nur auf, wenn $m \neq 0$ ist, d. h. wenn man annimmt, daß die Plasmadichte wohl von der Mitte nach außen abfällt, aber am Rande mit endlicher Dichte endigt, woran sich weiter nach außen zu noch die bisher nicht berücksichtigten LANGMUIR-Schichten unmittelbar an den Wänden anschließen. Da in beiden Fällen der Scheinwiderstand des Kondensators sehr groß ist, gehen nach Abschnitt III die an kommenden Wellen fast ohne Änderung ihrer Größe hindurch. Wir erhalten die beiden Maxima A und B der DATTNERNSchen Kurven, und da $\Omega_{01}^2/\Omega_{02}^2 = 1 - m^2 = \Omega_0 w^2/\Omega_0^2$ ist, gibt das Verhältnis der Abszissen beider Punkte das Verhältnis der Plasmadichten an der Wand und in der Mitte.

In den Gebieten von Ω_0 außerhalb der erwähnten Singularitäten, also $\Omega_0 \neq \omega$ und $\Omega_0 \neq \frac{\omega}{\sqrt{1 - m^2}}$ kann

man die Dämpfung im allgemeinen vernachlässigen und erhält für $\Omega_0 > \omega$

$$U = \frac{G}{2 \varepsilon_0} \frac{\delta_P}{m \Omega_0} \cdot \frac{-j \omega}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}} \ln \frac{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} - m \Omega_0}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} + m \Omega_0}.$$

Solange $\Omega_0 > \omega/\sqrt{1 - m^2}$, $\omega < \Omega_0 w$, ist der Zähler des Bruches zwar positiv, aber kleiner als der Nenner, der \ln also negativ und es folgt

$$U = \frac{G}{2 \varepsilon_0} \frac{\delta_P}{m \Omega_0} \frac{j \omega}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}} \ln \frac{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} + m \Omega_0}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} - m \Omega_0}, \quad (a)$$

d. h. das Plasma verhält sich induktiv und sein „Selbstinduktionskoeffizient“ ist für Ω_0 nahe $\omega/\sqrt{1 - m^2}$ sehr groß und nimmt mit wachsendem Ω_0 ab.

Ist hingegen $\Omega_0 < \omega/\sqrt{1 - m^2}$, $\Omega_0 > \omega > \Omega_0 w$, so wird der Zähler des Bruches negativ und es wird

$$U = \frac{G}{2 \varepsilon_0} \frac{\delta_P}{m \Omega_0} \frac{\omega}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}} \left[\pi + j \ln \frac{m \Omega_0 + \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}}{m \Omega_0 - \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}} \right], \quad (b)$$

d. h. es entsteht eine OHMSche Komponente der Spannung, die um so größer wird, je näher Ω_0 an ω liegt, und eine zweite induktive. Je näher Ω_0 an $\omega/\sqrt{1 - m^2}$ kommt, desto größer ist die induktive Komponente gegenüber der OHMSchen, dagegen verschwindet sie gegen die OHMSche Komponente bei Ω_0 nahe ω . Das Plasma wirkt also im ganzen Gebiet von $\Omega_0 = \omega$ bis $\Omega_0 \rightarrow \infty$ induktiv.

Wird schließlich noch $\Omega_0 < \omega$ vorausgesetzt, so ergibt sich bei kleiner Dämpfung

$$U = \frac{G}{2 \varepsilon_0} \frac{\delta_P}{m \Omega_0} \frac{-j \omega}{\sqrt{\omega^2 - \Omega_0^2}} \operatorname{arctg} \frac{m \Omega_0}{\sqrt{\omega^2 - \Omega_0^2}}.$$

Das Plasma wirkt rein kapazitiv, wobei die Spannung bei $\Omega_0 \rightarrow 0$ mit $U = -j(G/\omega C)$, $C = \varepsilon_0/\delta_P$ beginnt und bei $\Omega_0 \rightarrow \omega$ sehr groß wird und schließlich in die von Fall 1. übergeht.

V. Resonanz zwischen Plasma- und Luftkondensator

Da das Plasma sich für $\Omega_0 > \omega$ induktiv verhält, wobei diese Induktivität bei $\Omega_0 = \omega/\sqrt{1 - m^2}$ gegen ∞ geht, muß es mit dem vorgeschalteten Luftkondensator zu zwei Resonanzen kommen.

1. Zwischen $\Omega_0 = \omega$ und $\Omega_0 = \omega/\sqrt{1 - m^2}$. Es muß der imaginäre Teil der Plasmaspannung nach Gl. (b) summiert mit der Spannung

⁵ W. SCHOTTKY, Phys. Z. **25**, 342, 635 [1924].

⁶ H. FETZ, Ann. Phys., Lpz. **40**, 579 [1941].

³ W. O. SCHUMANN, Elektrische Wellen, C. Hanser, München 1948, S. 100.

⁴ W. O. SCHUMANN, Bay. Akad. Wiss. 1948, SB, S. 281.

$U = -j(G \delta_0 / \omega \epsilon_0)$ des Luftkondensators Null ergeben. Daraus folgt

$$\ln \frac{m \Omega_0 + \sqrt{\Omega_0^2 - m^2}}{m \Omega_0 - \sqrt{\Omega_0^2 - m^2}} = 2 \frac{\delta_0}{\delta_P} \frac{\Omega_0 m}{\omega^2} \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2},$$

woraus der Wert $\Omega_0 = \omega_{0R_1}$ sich ergibt. Die graphische Lösung zeigt Abb. 7.

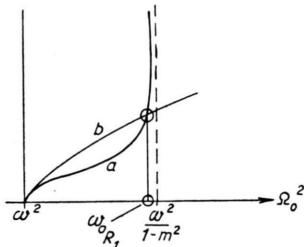


Abb. 7.

$$\begin{aligned} a: \quad & \ln \frac{m \Omega_0 + \sqrt{\Omega_0^2 - m^2}}{m \Omega_0 - \sqrt{\Omega_0^2 - m^2}} \\ b: \quad & 2 \frac{\delta_0}{\delta_P} \frac{\Omega_0 m}{\omega^2} \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} \end{aligned}$$

Bei $\Omega_0 = \omega_{0R_1}$ arbeitet der Gesamtkondensator bei Resonanz. Es ist aber nach Gl. (b) noch ein erheblicher OHMScher Spannungsanteil vorhanden, nämlich

$$U = \frac{G}{2 \epsilon_0} \frac{\delta_P}{m \Omega_0} \frac{\omega \pi}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}},$$

so daß der gesamte Widerstand Z (Abb. 4) nicht auf Null sinkt. Es tritt nur ein Minimum des Widerstandes auf, so daß die durchgehende Welle wohl ein Minimum durchläuft, aber nicht auf Null absinkt, wie Punkt C in DATTNERS Kurve (Abb. 1) dies zeigt. Dabei ist wichtig, daß der OHMSche Anteil ungefähr proportional zu $1/m$ ist. Je größer m ist, d. h. die Ungleichförmigkeit der Plasmadichte, desto kleiner ist U , desto tiefer das Einsinken bei Punkt C (Abb. 1). Je kleiner m ist, desto größer wird U . Beim $m \rightarrow 0$, gleichförmige Dichtenverteilung, geht $U \rightarrow \infty$, d. h. die Einstellung bei C verschwindet. Dies ist auch bei DATTNERS Kurven mit longitudinalem Magnetfeld in Richtung des Entladungsrohres, z. B. Fig. 19 seiner Arbeit, zu beobachten. Das Magnetfeld erzeugt offenbar bei seiner Anordnung eine gleichmäßigere Verteilung des Plasmas über dem Querschnitt und entsprechend wird das Minimum bei C, Abb. 1 mit steigendem Magnetfeld immer weniger ausgeprägt und verschwindet schließlich ganz. Die DATTNERSchen Kurven mit Quermagnetfeld können für diesen Vergleich nicht benutzt werden, da die Plasmaverteilung hierdurch, wie bekannt, ganz radikal geändert wird.

Auch die Versuche mit anderen, mehr rechteckigen Querschnittsformen als der kreisrunden dürften für einen Vergleich mit dieser Theorie nicht gut in Frage kommen, da dort wegen der äußerst kleinen Querschnittsdimensionen (3 mm lichte Weite der Schmalseite) die Plasmaverteilung wahrscheinlich eine ganz andere ist und sich vor allem mit steigendem Strom sehr stark geändert haben dürfte, während dies bei dem kreisrunden Querschnitt mit 6 mm Durchmesser eine bessere Übereinstimmung mit unseren Annahmen zu erwarten ist. Daß wir unsere für den ebenen Kondensator entwickelten Vorstellungen auch auf das kreisförmig begrenzte Plasma anwenden, dürfte zulässig sein, da eine Abschätzung ergibt, daß in diesem Falle die quantitativen Größen der Ω_0 sich natürlich ändern, während aber der prinzipielle Verlauf erhalten bleibt.

2. Resonanz für $\Omega_0 > \omega / \sqrt{1 - m^2}$.

In diesem Fall, wo die „Induktivität“ des Plasmas bei Ω_0 nahe $\omega / \sqrt{1 - m^2}$ sehr groß ist und mit wachsendem Ω_0 abnimmt, ist Formel a von Abschnitt IV zu benutzen, was zu der Gleichung

$$\ln \frac{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} + m \Omega_0}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} - m \Omega_0} = 2 \frac{\delta_0}{\delta_P} \frac{m \Omega_0}{\omega^2} \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}$$

führt, deren graphische Lösung, $\Omega_0 = \omega_{0R_2}$, in Abb. 8 dargestellt ist. Bei $m \rightarrow 0$ geht die Gl. über in $\Omega_0^2 = \omega^2 [1 + (\delta_P / \delta_0)]$ wie in Abschnitt II für das homogene Plasma abgeleitet.

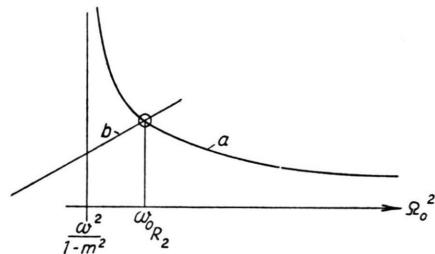


Abb. 8.

$$\begin{aligned} a: \quad & \ln \frac{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} + m \Omega_0}{\sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} - m \Omega_0} \\ b: \quad & 2 \frac{\delta_0}{\delta_P} \frac{m \Omega_0}{\omega^2} \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2} \end{aligned}$$

Bei $\Omega_0 = \omega_{0R_2}$ haben wir also eine nochmalige Resonanz, die aber von der Resonanz bei $\Omega_0 = \omega_{0R_1}$ insofern abweicht, als jetzt so gut wie keine OHMSche Komponente im Plasma enthalten ist, so daß der gesamte Scheinwiderstand Z der Abb. 4 praktisch auf

Null geht und dementsprechend auch die durchgehende Welle u_2 . Damit erhalten wir das tiefe Minimum D der Abb. 1, das in allen Figuren DATTNERS auftritt. Es ist also prinzipiell möglich, den Verlauf der Kurve von A bis D in Abb. 1 zu verstehen, wenn man annimmt, daß das Plasma inhomogen ist, und außen mit endlichen Werten der Dichte endigt. Die berüchtigte Schicht im Plasma mit $\epsilon_P = 0$ ohne Dämpfung, wo die Feldstärke \propto groß wird, macht sich in dem Falle $\Omega_0 w < \omega < \Omega_0$ durch die OHMSche Komponente der Spannung in Gl. (b) bemerkbar.

Natürlich wäre noch zu berücksichtigen, daß sich die Plasmadichte nicht nur in x -Richtung, sondern auch in den dazu senkrechten Richtungen ändern kann. Eine Abschätzung ergibt, daß dadurch wohl die charakteristischen Punkte von Ω_0^2 sich verschieben, daß aber keine prinzipielle Änderung auftritt, wie z. B. bei einem Plattenkondensator, dessen DK von der Mitte nach den Rändern zu quer zum elektrischen Feld sich ändert.

VI. Einfluß eines Magnetfeldes in Richtung der Plasmaströmung aber quer zur einfallenden Feldstärke

Läßt man in Richtung der Plasmaströmung ein zeitlich und räumlich konstantes Magnetfeld wirken, so wirkt dieses (bei DATTNER offenbar) im Sinne einer gleichmäßigeren Verteilung der Plasmadichte über dem Querschnitt, da das Minimum C, Abb. 1, mit zunehmendem Magnetfeld immer weniger ausgeprägt wird und schließlich verschwindet (s. a. Abschnitt V, 1). Weiterhin wollen wir deshalb eine gleichmäßige Plasmadichte über den Querschnitt hinweg voraussetzen.

Wenn das Magnetfeld nach Abb. 9 die z -Richtung, d. h. die Richtung der Plasmaströmung hat, und x die Richtung quer zum Plasmakondensator ist, so

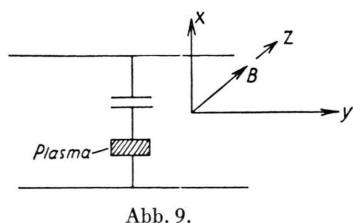


Abb. 9.

wird durch den Einfluß des Magnetfeldes bei einem elektrischen Feld in x -Richtung auch eine Bewegung

der Elektronen in y -Richtung (senkrecht zu B und E) hervorgerufen. Diese Bewegungen erzeugen in den zu y senkrechten Grenzwänden des Plasmas Raumladungen, die ihrerseits im Plasma ein elektrisches Feld E hervorrufen. Nimmt man an, daß außerhalb des Plasmas in der Luft nur ein elektrisches Feld in x -Richtung vorhanden ist, so ist in der Luft $D_y = 0$ und aus Stetigkeitsgründen muß dasselbe auch im Plasma gelten. Es muß also die Verschiebung D_y hervorgerufen von E_x und E_y

$$D_y = \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yx} E_x \quad (\text{s. z. B. Anm. } 3)$$

zu Null werden, woraus $E_y = -(\epsilon_{yx}/\epsilon_{xx}) E_x$ folgt. Daraus folgt wiederum die wirksame Verschiebung in der x -Richtung

$$D_x = \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y = E_x \left[\epsilon_{xx} - \frac{\epsilon_{xy} \epsilon_{yx}}{\epsilon_{yy}} \right]$$

und mit $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}$, $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx}$ die wirksame DK in x -Richtung

$$\epsilon_x = \frac{\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{xy}^2}{\epsilon_{xx}}.$$

Es folgt also eine DK, die der Ausbreitung einer Welle in y (Leitungs)-Richtung quer zum Magnetfeld B entspricht. Es entspricht dies auch der üblichen Vorstellung über die Aufladung eines Plattenkondensators, in dem dabei zwischen den Platten elektrische Wellen parallel zu den Platten hin und her laufen und sich zu einer stehenden Welle zusammensetzen. Die longitudinalen E_y Komponenten der Wellen die in y -Richtung und in $-y$ -Richtung laufen sind gegenphasig und heben sich daher auf, (ϵ_{xy} hat für die reflektierte Welle das entgegengesetzte Vorzeichen wie für die ankommende Welle), so daß das elektrische Feld längs der „Plasmaleitung“ senkrecht zur Oberfläche, d. h. nur in x -Richtung verläuft.

Die Dielektrizitätskonstante des Plasmas ist also mit Dämpfung gleich

$$\epsilon_P = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega_0^2 + j \omega (\nu + j \omega)}{\Omega^2 + (\nu + j \omega) [(\nu + j \omega) - j(\omega_0^2/\omega)]} \right],$$

bzw. mit $\nu = 0$, ohne Dämpfung, gleich

$$\epsilon_P = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\Omega^2 + \omega_0^2 - \omega^2} \right],$$

wo $\Omega = (e/m) B$ die Gyrofrequenz der Elektronen um die magnetischen Kraftlinien ist. Diesen Verlauf der DK ohne Dämpfung abhängig von ω_0^2 zeigt Abb. 10 (s. Anm. 7 und Anm. 3, S. 103) für $\omega > \Omega$, wie es bei DATTNER der Fall ist, in den Kurven a.

Die Gerade b gibt den Verlauf ohne Magnetfeld $\epsilon_P = \epsilon_0 [1 - (\omega_0^2/\omega^2)]$. Man sieht, wie mit wachsendem Magnetfeld die Punkte B und C, in denen $\epsilon_P = 0$ wird, vom Punkte A, $\omega_0^2 = \omega^2$ aus nach größeren und kleineren ω_0^2 abwandern, umso mehr, je größer Ω wird und daß gleichzeitig zwischen B und A eine singuläre Stelle D auftritt mit $\epsilon_P \rightarrow \pm \infty$. Für die beiden $\epsilon_P = 0$ Frequenzen ω_{0B} und ω_{0C} gilt

$$\frac{\omega_0^2 - \omega_{0B}^2}{\omega_0^2 + \omega_{0B}^2} = \frac{\Omega}{\omega}$$

eine Beziehung, die auch schon TONKS¹ für diese Punkte auch für ein kreiszylindrisches Plasma auf anderem Wege nachgewiesen hat. Es gibt aber auch zwei Stellen, wo $\epsilon_P/\epsilon_0 = -\delta_P/\delta_0$ wird, d. h. wo die Kapazität von Plasma plus Luftkondensator, $C \rightarrow \infty$ geht, d. h. $u_2 = 0$ wird. Abb. 11 gibt eine Skizze des Ver-

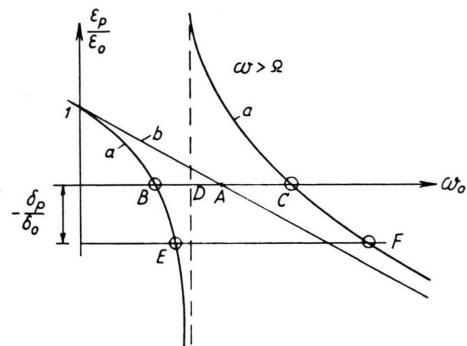


Abb. 10.

- A $\omega_0^2 = \omega^2$
- B $\omega_0^2 = \omega(\omega - \Omega) = \omega_{0B}^2$
- C $\omega_0^2 = \omega(\omega + \Omega) = \omega_{0C}^2$
- D $\omega_0^2 = \omega^2 - \Omega^2 = \omega_{0D}^2$

haltens. Man kann auch zeigen, daß in der Gegend um $\omega_0 = \omega$ der imaginäre Teil von ϵ_P , d. h. der OHMSche Leitwert mit Ω von 0 an bis zu einem Maximum wächst und dann wieder abfällt, so daß mit wachsendem Ω die Maxima und Minima der Abb. 11 nicht mehr so ausgeprägt sind. Mit diesen Überlegungen stimmen die experimentellen Beobachtungen DATTNERS für ein longitudinales Magnetfeld in einem zylindrischen Plasma (s. Anm.², Fig. 19, von denen eine in Abb. 12 dargestellt ist) in ihren Grundzügen überein, in dem er mit wachsendem Magnetfeld auch eine Aufspaltung des Tiefenminimums D (Abb. 1 und 5) in zwei Minima mit wachsendem Magnetfeld findet, wie es früher auch schon TONKS¹ gefunden hat. Auch der Abstand

der beiden Minima wächst etwa proportional dem Magnetfeld und liegt in der richtigen Größenordnung. Die Lage der beiden stärksten Minima verschiebt sich bei DATTNER mit wachsendem Magnetfeld ins Gebiet kleinerer Entladungsströme. Da $J = N e Q v$ (Q Querschnitt, N Trägerdichte, e Ladung, v mittlere Elektronengeschwindigkeit in Stromrichtung) ist dies wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß mit steigendem Magnetfeld die Teilchengeschwindigkeit unter sonst gleichen Umständen abnimmt, sei es daß der Gradient oder die Beweglichkeit oder beide abnehmen.

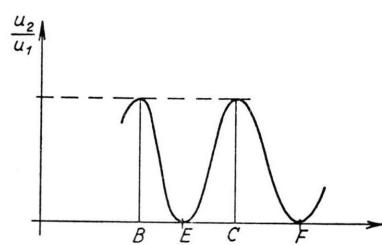


Abb. 11.

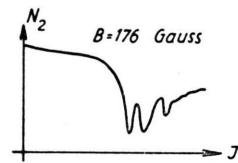


Abb. 12.

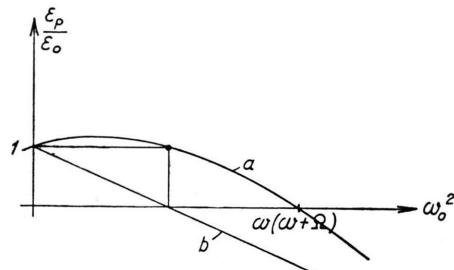


Abb. 13.

DATTNER beobachtet auch noch eine kleine Zacke in u_2 , die immer ungefähr bei dem Werte von ω_0^2 auftritt, wo ohne Magnetfeld die Stelle $u_2 = 0$, d. h. das tiefe Minimum von u_2 liegt. Das Auftreten dieser Stelle wäre möglicherweise darauf zurückzuführen, daß das Magnetfeld nicht genau die Richtung des Stromes der Entladung hatte, sondern auch eine Komponente senkrecht dazu, die in der Richtung des Feldes E_x wirkt, und daher noch eine Wellenausbreitung zuließ, die unabhängig von der Größe des Magnetfeldes war. In diesem Falle wäre die Welle

aus zwei Anteilen zusammengesetzt, von denen der eine die eben besprochenen Eigenschaften hat, während der andere wesentlich kleinere praktisch dem Plasma ohne Magnetfeld entspricht.

Ist hingegen $\Omega > \omega$, so verläuft ε_p nach Abb. 13 und die Unendlichkeitsstelle der DK in Abb. 10 fällt fort.

Es tritt nur eine Nullstelle von ε_p auf, und auch nur eine Stelle mit $\varepsilon_p/\varepsilon_0 = -\delta_p/\delta_0$, d. h. nur ein Maximum von u_2/u_1 und nur ein Nullwert davon.

Wenn in einem Plasma mit räumlich veränderlicher Dichte $\Omega > \omega_0/V^2$ ist, so ist für alle ω_0 von $\omega_0=0$ bis $\omega_0=\omega_{0m} < \omega(\omega + \Omega)$ der Wert von ε_p überall positiv, so daß eine solche Welle mit $\omega < \Omega$ das ganze Plasma quer zum Magnetfeld praktisch ohne Reflexion durchsetzt. Für die Ionosphäre ist das nicht der Fall, da hier $\omega_{0max} \sim (5-10)\Omega$ ist, d. h. das Magnetfeld der Ionosphäre ist dazu viel zu schwach.

VII. Laufzeitschwingungen der Elektronen

Ob man die Oszillationen von u_2 , die DATTNER bei kleinen Strömen findet (s. Abb. 1) auch durch Plasmainhomogenitäten erklären kann, scheint mir zweifelhaft, es sei denn, man nehme einen Abfall der Plasmadichte von der Mitte aus in mehreren diskreten Stufen nach außen an, was aber nach der bisherigen Erfahrung sehr unwahrscheinlich ist. Ich möchte vermuten, daß es sich um Laufzeitschwingungen der Elektronen in den LANGMUIR-Schichten⁸ handelt, die zwischen Plasma und Wand sich befinden. Maßgebend für diese Schwingungen ist $\omega\tau$, wo τ die Gleichstromlaufzeit der Elektronen in solch einer Schicht ist. Schätzt man für eine Frequenz von $5 \cdot 10^9 H$ ($\lambda = 6 \text{ cm}$) die hierzu nötigen Schichtdicken ab, so kommt man für $\omega\tau = \pi$ auf Werte von $1/10 \text{ mm}$ und weniger, die also recht plausibel sind. Bei gegebener Frequenz ändert sich mit dem Strom die Dicke und die Spannung dieser Schichten, so daß Schwankungen im wirksamen Widerstand und der Kapazität dieser Schichten auftreten können. Bei Anwesenheit von Ionen können diese Schichten auch abwechselnd induktiv und kapazitiv sich verhalten⁹. Da die auftretenden Schwankungen nicht groß sind, können auch nur kleine Veränderungen von u_2 dadurch erzeugt werden. Bei größeren Strömen werden

diese Schichten extrem dünn, so daß dort selbst bei diesen hohen Frequenzen keine Effekte dieser Art zu erwarten sind.

VIII. Zusammenfassung

Die Messungen von Herrn A. DATTNER über den Durchgang elektrischer Wellen durch ein begrenztes Plasma in einem Hohlleiter lassen sich verstehen, wenn man annimmt, daß in einem mit Plasma gefüllten Entladungsrohr die Plasmadichte von der Achse aus nach außen hin abnimmt und in Wandnähe von einem endlichen Grenzwert steil auf Null abfällt und daß sich dann gegen die Wand zu die LANGMUIRSchen Grenzschichten anschließen, in denen u. U. Laufzeitschwingungen der Elektronen entstehen. Es treten zwei Maxima auf, dort wo die aufgeprägte Frequenz gleich der größten bzw. gleich der kleinsten Plasmaresonanzfrequenz ω_0 , in der Rohrmitte bzw. an der Wand ist. Die beiden Minima erscheinen dort, wo das induktive Plasma mit der Kapazität des Luftkondensators in Resonanz tritt. Bei $\omega < \omega_{0min}$ ist diese Resonanz vollkommen, dagegen ist sie bei $\omega_{0min} < \omega < \omega_{0max}$ unvollkommen, wegen einer OHMSchen Komponente der Spannung, die in diesem Fall durch die Schicht im Plasma mit $\varepsilon_p = 0$, $\omega \approx \omega_0$ veranlaßt ist.

Anhang

Da es scheint, daß bei hohen Strömen und höheren Drucken die Dichteverteilung über dem Querschnitt sich mehr der linearen Form nähert, siehe z. B. FETZ⁶, soll noch kurz auch diese Verteilung besprochen werden. Setzt man jetzt $\omega_0^2 = \Omega_0^2(1 - m^2[2/\delta_p]x)$ voraus, d. h. am Rande $x = \delta_p/2$ die Dichte $\omega_0^2 = \Omega^2(1 - m^2) = \Omega_0 W^2$, so ergibt sich jetzt analog Abschnitt IV

$$U = -G \frac{\delta_p}{\varepsilon_0} \frac{j\omega + \nu}{\Omega_0^2 m^2} \ln \frac{\Omega_0^2(1 - m^2) - \omega^2 + j\nu\omega}{\Omega_0^2 - \omega^2 + j\nu\omega}. \quad (a)$$

Es gibt wieder zwei Extremfälle

$$1. \quad \Omega_0^2 = \omega^2, \text{ wo für kleine Dämpfung, } \nu\omega < m^2\Omega_0^2, \\ U = G \frac{\delta_p}{\varepsilon_0} \frac{\omega}{\Omega_0 m^2} \left[\frac{\pi}{2} - j \ln \frac{m^2 \Omega_0^2}{\nu\omega} \right].$$

Die Spannung hat eine endliche OHMSche Komponente und eine große kapazitive Komponente.

$$2. \quad \Omega_0^2(1 - m^2) - \omega^2 = 0, \quad \Omega_0 = \frac{\omega^2}{1 - m^2}, \quad \omega^2 = \Omega_0 W^2.$$

Bei kleiner Dämpfung wird

$$U = G \frac{\delta_p}{\varepsilon_0} \frac{\omega}{\Omega_0^2 m^2} \left[\frac{\pi}{2} + j \ln \frac{\Omega_0^2 m^2}{\nu\omega} \right].$$

⁷ D. LEPECHINSKY, J. Atm. Terr. Phys. **8**, 297 [1956]. — H. G. BOOKER, Proc. Roy. Soc., Lond. **147**, 352 [1934].
⁸ J. MÜLLER, Z. H. T. **41**, 156 [1933]; **46**, 145 [1935]; **51**, 127 [1938].

⁹ W. O. SCHUMANN, Naturwiss. **31**, 140 [1943]. S. a. Nat. Forsch. und Medizin in Deutschland 1939—1946 (FIAT-Berichte) Bd. **15**, Teil I, S. 221; Verlag Chemie, Weinheim/Bergstraße. S. a. G. SICHLING, Ann. Phys., Lpz. **40**, 330 [1941].

Die Spannung hat wieder eine Ohmsche Komponente und eine sehr große induktive Komponente. Beides entspricht den Extremfällen von Abschnitt IV.

3. Hier ist aber im Gegensatz zu Abschnitt IV auch der Fall möglich, daß sehr nahezu der $\ln(-1)$ auftritt, nämlich für $\Omega_0^2 = 2\omega^2/(2-m^2)$. In diesem Falle ist

$$U = G \frac{\delta_P}{\epsilon_0} \frac{2-m^2}{m^2} \frac{1}{\omega} \arctg \left[\frac{m^2}{2-m^2} \frac{\omega}{\nu} \right]$$

Das Plasma verhält sich wie ein Ohmscher Widerstand, dessen Größe für $\omega \gg \nu$ mit abnehmendem m wächst bis auf

$$U = G \frac{\delta_P}{\epsilon_0} \frac{1}{\nu}$$

bei $m \rightarrow 0$, d. h. homogenem Plasma.

In den Frequenzgebieten außerhalb der drei erwähnten Singularitätspunkte ergibt sich nach Gl. (a) bei geringer Dämpfung:

Für $\Omega_0^2 < \omega^2$ ist das Plasma rein kapazitiv.

Für $\omega^2 < \Omega_0^2 < 2\omega^2/(2-m^2)$ hat das Plasma eine Ohmsche und eine kapazitive Komponente.

Für $2\omega^2/(2-m^2) < \Omega_0^2 < \omega^2/(1-m^2)$ hat das Plasma eine Ohmsche und eine induktive Komponente.

Für $\Omega_0^2 > \omega^2/(1-m^2)$ ist das Plasma praktisch rein induktiv.

Hier liegt ein Unterschied gegenüber der quadratischen Abnahme der Dichte in Abschnitt IV vor, wo das Plasma nach dem Durchgang von $\Omega_0^2 = \omega^2$ induktiv wird und es dann mit wachsendem Ω_0^2 auch immer bleibt. Diese beiden Variationen der Plasmadichte, ohne Berücksichtigung der Dämpfung, hat schon TONKS¹ diskutiert, glaubte sie aber nicht zur Erklärung der von ihm beobachteten Asymmetrien in den Resonanzkurven verwenden zu können.

Auch hier gibt es — wie in Abschnitt V — zwei Resonanzen mit einem vorgeschalteten Luftkondensator.

1. In dem induktiven Plasmagebiet zwischen

$$\Omega_0^2 = \frac{2\omega^2}{2-m^2} \quad \text{und} \quad \Omega_0^2 = \frac{\omega^2}{1-m^2}.$$

Die Resonanzbedingung zur Bestimmung von Ω_0 lautet

$$\ln \frac{\Omega_0^2 - \omega^2}{\omega^2 - \Omega_0^2(1-m^2)} = \frac{\Omega_0^2 m^2}{\omega^2} \frac{\delta_0}{\delta_P},$$

wobei bei Resonanz noch eine erhebliche Ohmsche Komponente mit

$$U = G \frac{\delta_P}{\delta_0} \frac{\omega \pi}{\Omega_0^2 m^2}$$

auftritt.

2. In dem induktiven Plasmagebiet mit

$$\Omega_0^2 > \frac{\omega^2}{1-m^2}$$

tritt die Resonanzbedingung

$$\ln \frac{\Omega_0^2 - \omega_0^2}{\Omega_0^2(1-m^2) - \omega^2} = \frac{\Omega_0^2 m^2}{\omega^2} \frac{\delta_0}{\delta_P}$$

mit einer ganz unerheblichen Ohmschen Komponente des Plasmas auf.

Beide Bedingungen können graphisch gelöst werden.

Die Verhältnisse liegen also ganz analog denen bei der quadratischen Dichtenabnahme, nur daß die charakteristischen Frequenzen etwas anders liegen.

Dieses Verhalten bei linearer Dichteverteilung läßt sich auch beschreiben durch die Hintereinanderschaltung zweier homogener Plasmakondensatoren mit verschiedenen Resonanzfrequenzen Ω_0^2 und $\Omega_0 W^2$, wenn man die Dicken δ beider Kondensatoren richtig wählt.

NOTIZEN

Helium und Neon als Reaktionsprodukte der Höhenstrahlung in Eisenmeteoriten

Von H. WÄNKE und H. HINTENBERGER

Max-Planck-Institut für Chemie, Mainz

(Z. Naturforschg. 13 a, 895—897 [1958]; eingegangen am 7. August 1958)

Im Jahre 1955 wurde von REASBECK und MAYNE¹ zum ersten Male neben Helium auch Neon als Reaktionsprodukt der Höhenstrahlung in Eisenmeteoriten nachgewiesen. Die massenspektroskopische Untersuchung ergab eine sehr deutliche Verschiedenheit des in Eisenmeteoriten aufgefundenen Neons gegenüber atmosphärischem Neon. Wie man nach den Vorstellungen der Erzeugung dieses Neons aus den Eisenkernen der Meteorite auch erwarten sollte, entstehen alle drei Neonisotope in größerenordnungsmäßig gleichen Mengen. Das von REASBECK und MAYNE angegebene Isotopenverhältnis lautet ($^{20}\text{Ne}/^{21}\text{Ne}/^{22}\text{Ne} = 43/36/21$).

Wie der eine von uns bereits in einer früheren Arbeit² zeigen konnte, sind die in Eisenmeteoriten aufgefundenen Neonmengen den Heliummengen etwa proportional, mit einem leichten Anstieg der Neonkonzentration bei den sehr helium- bzw. neonreichen Proben.

Wir haben jetzt begonnen, diese Untersuchungen mit erhöhter Genauigkeit fortzusetzen und vor allem alle Proben auch massenspektrometrisch zu vermessen. Diese Arbeiten sind noch nicht abgeschlossen, doch liegen darüber schon jetzt interessante Ergebnisse vor, die hier kurz mitgeteilt werden sollen.

Die Mengenbestimmungen und die Gewinnung der Edelgasproben erfolgte in einer Apparatur zur Mikroanalyse von Edelgasen, die dem Prinzip nach der von CHACKETT und Mitarb.³ angegebenen ähnlich war. Die

¹ P. REASBECK u. K. I. MAYNE, Nature, Lond. **176**, 733 [1955].

² K. H. EBERT u. H. WÄNKE, Z. Naturforschg. **12 a**, 766 [1957].

³ K. F. CHACKETT, P. REASBECK u. E. J. WILSON, Geochim. Cosmochim. Acta **3**, 261 [1953].